

蛇行流路の形成過程の数値シミュレーション

1. はじめに

近年、治水と環境が調和した川づくりが求められている。河川生態系の保全や自然河川の復元などの要望から、川本来の姿を取り戻そうとする試みがなされている。河川の再自然化を検討するに当たって、河川の自立形成機能によって生じる流路の形成過程を予測することは重要である。

本研究は、著者らの構築したドライ・ウェット状態の河床の取り扱いを組み込んだ平面2次元河床変動モデル¹⁾の空間精度の高次化を行い、一様粒径で構成される河道での単列砂州からの蛇行流路の形成に関する実験結果に適用することで、同モデルの検証を行うとともに、同モデルの課題点について検討した。

2. モデルの概要

流れの基礎方程式は2次元浅水流方程式、河床変動の基礎方程式は流砂の連続の式であり、次式で表される。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial y} + \mathbf{S} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{U} = (h, \quad uh, \quad vh)^T ; \quad \mathbf{E} = (uh, \quad u^2h + 1/2gh^2, \quad uvh)^T ; \quad \mathbf{F} = (vh, \quad uvh, \quad v^2h + 1/2gh^2)^T ;$$

$$\mathbf{S} = (0, \quad -gh(S_{ox} - S_{fx}), \quad -gh(S_{oy} - S_{fy}))^T$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{1 - \lambda_b} \left(\frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} + \frac{\partial q_{By}}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

ここに、 \mathbf{U} =保存量ベクトル、 \mathbf{E} 、 \mathbf{F} = x 、 y 方向の流束ベクトル、 \mathbf{S} =発生項・消滅項ベクトル、 h =水深、 u 、 v = x 、 y 方向の流速、 g =重力加速度、 S_{ox} 、 S_{oy} = x 、 y 方向の河床勾配($=-\partial z_b/\partial x$ 、 $-\partial z_b/\partial y$)、 z_b =河床高、 S_{fx} 、 S_{fy} = x 、 y 方向の摩擦勾配、 λ_b =河床材料の空隙率、 q_{Bx} 、 q_{By} = x 、 y 方向の流砂量である。摩擦勾配には、Parker²⁾が提案する次式を用いた。

$$S_{fx} = S_f \frac{u}{U_s}, \quad S_{fy} = S_f \frac{v}{U_s} ; \quad S_f = C_f \frac{U_s^2}{gh} \quad (3)$$

$$C_f^{-1/2} = 8.1 \left(\frac{h}{k_s} \right)^{1/6}, \quad k_s = n_k d_{90}$$

ここに、 $U_s = (u^2 + v^2)^{1/2}$ 、 k_s =粗度高さ、 d_{90} =累加百分率90%に対応する粒径、 n_k =係数で2.0とした。

流砂量の算定では、河床勾配が流砂量に及ぼす影響を考慮した式(5)³⁾を用いた。

$$q_{Bs} = q_B \left(\frac{u_{bs}}{U_b} - \frac{1}{\sqrt{\mu_s \mu_d}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \frac{\partial z_b}{\partial s} \right) \quad (5)$$

$$q_{Bn} = q_B \left(\frac{u_{bn}}{U_b} - \frac{1}{\sqrt{\mu_s \mu_d}} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \frac{\partial z_b}{\partial n} \right)$$

全流砂量式 q_B には芦田・道上⁴⁾の式を用いた。ここに、 q_{Bs} 、 q_{Bn} =主流方向、主流直角方向の流砂量、 τ_* =無次元掃流力、 τ_{*c} =斜面の影響を考慮した無次元限界掃流力、 τ_{*s} 、 $\tau_{*n} = s$ 、 n 方向の掃流力、 $\tau_* = (\tau_{*s}^2 + \tau_{*n}^2)^{1/2}$ 、 μ_s =静止摩擦係数、 μ_d =動摩擦係数、 u_{bs} =主流方向の底面流速、 u_{bn} =主流直角方向の底面流速、 $U_b = (u_{bs}^2 + u_{bn}^2)^{0.5}$ である。斜面の影響を考慮した無次元限界掃流力 τ_{*c} は式(6)で求めた⁵⁾。

$$\tau_{*c} = K_1 K_2 \tau_{*c0}, \quad K_1 = \sin(\phi - \beta_1) / \sin \phi, \quad (6)$$

$$K_2 = \cos \beta_2 \left(1 - (\tan^2 \beta_2 / \tan \phi)^{0.5} \right)$$

ここに、 ϕ =安息角、 β_1 、 β_2 =主流・主流直角方向の河床の傾き角度、 τ_{*c0} =無次元限界掃流力で岩垣の式⁶⁾より求める。

砂州などによる流れの局所的な湾曲で生じる2次流が河床変動に及ぼす影響は、土砂の流送方向を底面流速 u_{bs} 、 u_{bn} で求めることで考慮した。底面流速 u_{bs} 、 u_{bn} は、式(7)、(8)より求める。

$$u_{bs} = \beta U_s ; \beta = 3(1 - \sigma) / (3 - \sigma) ; \sigma = 3 / (\phi \kappa + 1) \quad (7)$$

$$u_{bn} = -u_{bs} N_* \frac{h}{R_s} ; \frac{1}{R_s} = -\frac{1}{U_s} \left\{ u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right\} \quad (8)$$

ここに、 ϕ =流速係数(U_s/u^*)、 κ =カルマン定数(=0.41)、 $\theta = \tan^{-1}(v/u)$ 、 R_s =水深平均流の曲がりの曲率半径、 N_* =螺旋流の強度をあらわす係数で、ここではEngelund⁷⁾に従い $N_*=7$ とした。このように求められた q_{Bs} 、 q_{Bn} を、式(9)により q_{Bx} 、 q_{By} に変換した。

$$q_{Bx} = q_{Bs} \frac{u}{U_s} - q_{Bn} \frac{v}{U_s} ; q_{By} = q_{Bs} \frac{v}{U_s} + q_{Bn} \frac{u}{U_s} \quad (9)$$

基礎方程式の離散化は有限体積法(FVM)に基づき行った。流れの基礎方程式については、時間積分にはEulerの陽解法を、空間積分に用いる数値流束には常・射混在流が安定して計算できる流束差分法(FDS)を用いた。河床変動の基礎方程式については、時間積分にはEulerの陽解法を、空間積分に用いる数値流束 $q^*_B \cdot n_k$ には式(10)に示す風上型の数値流束を用いた。

$$q^*_B \cdot n_k = \frac{1}{2} \left\{ (q_{BR} + q_{BL}) \cdot n_k - \left| \frac{(q_{BR} - q_{BL}) \cdot n_k}{z_{bR} - z_{bL}} \right| (z_{bR} - z_{bL}) \right\} \quad (10)$$

ここに、 z_{bL} 、 z_{bR} および $q_{BL}=(q_{BxL}, q_{ByL})$ 、 $q_{BR}=(q_{BxR}, q_{ByR})$ =内挿されたセル境界線での左側と右側の河床高および流砂量ベクトル、 n_k =セル境界線の外側法線ベクトルである。なお、この数値流束は数値拡散が大きくなる傾向があるので、 z_b 及び q_{BL} 、 q_{BR} は、次式に示すMUSCL補間⁸⁾を行うことで空間精度の高次化を図った。記号の定義は図-1に示す通りである。

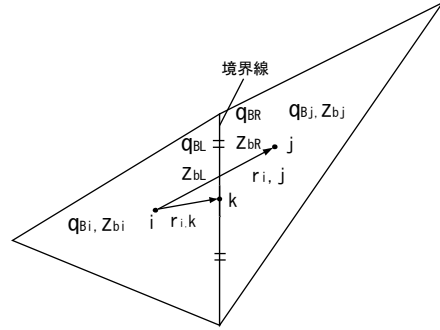


図-1 MUSCL法の記号の定義

$$z_{bL} = z_{bi} + \Psi(r_{fz_b}) \nabla z_b \cdot r_{i,k} ; z_{bR} = z_{bj} + \Psi(r_{fz_b}) \nabla z_b \cdot r_{j,k}$$

$$q_{BL} = q_{Bi} + \Psi(r_{fq_b}) \nabla q_B \cdot r_{i,k} ; q_{BR} = q_{Bj} + \Psi(r_{fq_b}) \nabla q_B \cdot r_{j,k}$$

(11)

ここに、 i 、 j =隣接するセル番号、 z_{bi} 、 q_{Bi} =セル i の重心での河床高および流砂量ベクトル、 $r_{i,k}$ =セル i の重心からセル境界線の中点までのベクトル、 Ψ =制限関数で次式より求められる。

$$\Psi(r_f) = \max(0, \min(1, r_f))$$

$$r_{fz_b} = (2 \nabla z_b \cdot r_{ij}) / (z_{bj} - z_{bi}) - 1$$

$$r_{fq_b} = (2 \nabla q_B \cdot r_{ij}) / (q_{Bj} - q_{Bi}) - 1$$

(12)

また、曲率半径の計算には中心差分を用いた。計算格子には非構造格子を用いた。なお、流れの解析手法の詳細については参考文献⁹⁾に示す通りである。

3. モデルの適用

(1) 実験の概要

実験は図-2に示すような(長さ8.0m×幅0.4m×高さ0.4m)で構成される水路である。粒径 $d=0.00075\text{m}$ 、水中比重 $s=1.65$ の一様砂を河床材料として用い、勾配が1/100の平坦河床となるように0.06mの厚さで敷き詰めた。上流には給砂区間を設けて、そこに土砂量を均等に投入するように給砂を行い、下流側に常時給砂が行われるようにした。

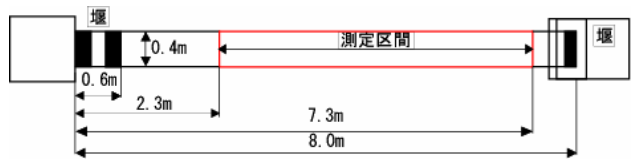


図-2 実験装置の概要

表-1 実験条件

case	流量 (m^3/s)	
1	0.0007	
2	0.0008	
3	0.0012	0.0007

実河川では、洪水時の短期間に砂州が形成され、流量が減少すると砂州の低位部に沿った流れとなり、流路が形成される。そこで、ここではモデルの基本性能を調べる目的で一定流量を長時間通水させ流路を発生させたCase1, 2と、実河川への適用性を調べる目的で初期流量を1時間通水させ砂州を形成させ後、流量を減少させ4時間通水させたCase3の実験を行った。実験条件を表-1に示す。測定は通水1時間後と通水5時間後に砂面測定器を用いて水位と河床高を測定した。測定は図-2の区間で行い、横断・縦断方向のいずれも0.05m間隔で測定を行った。

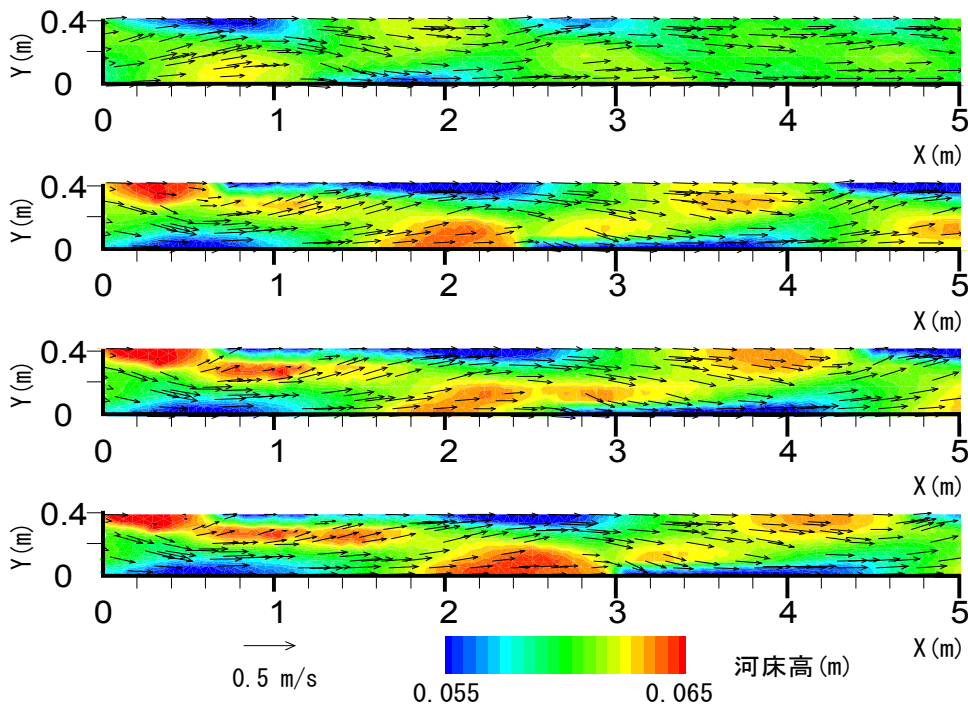
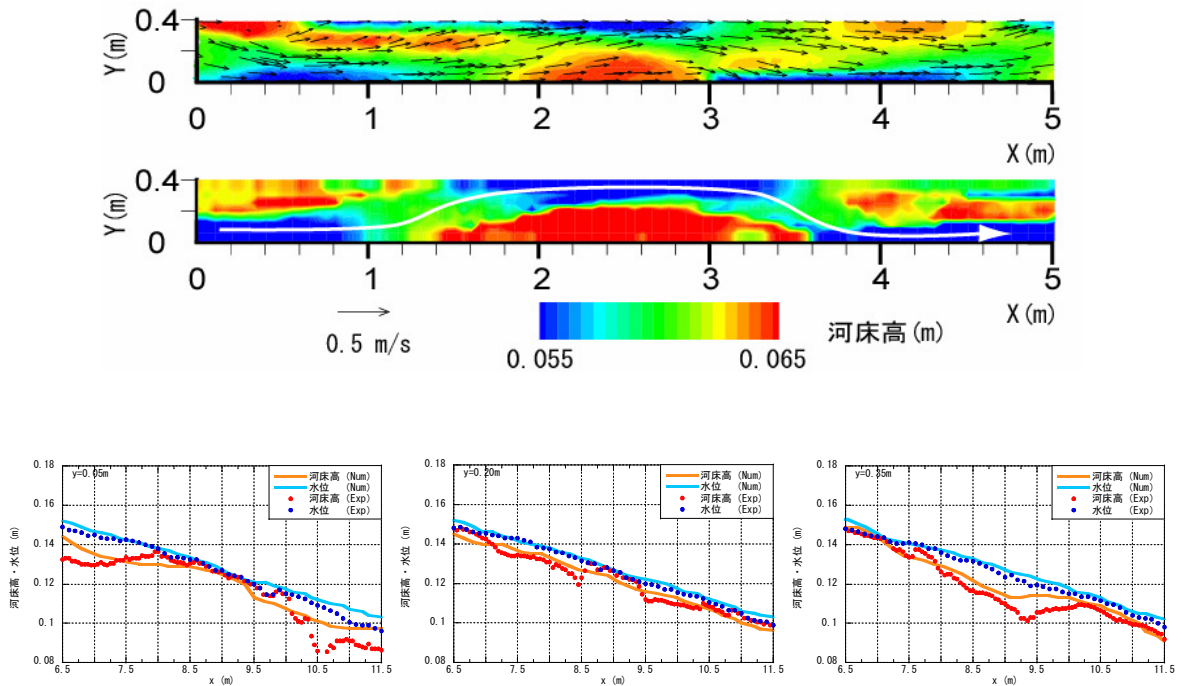


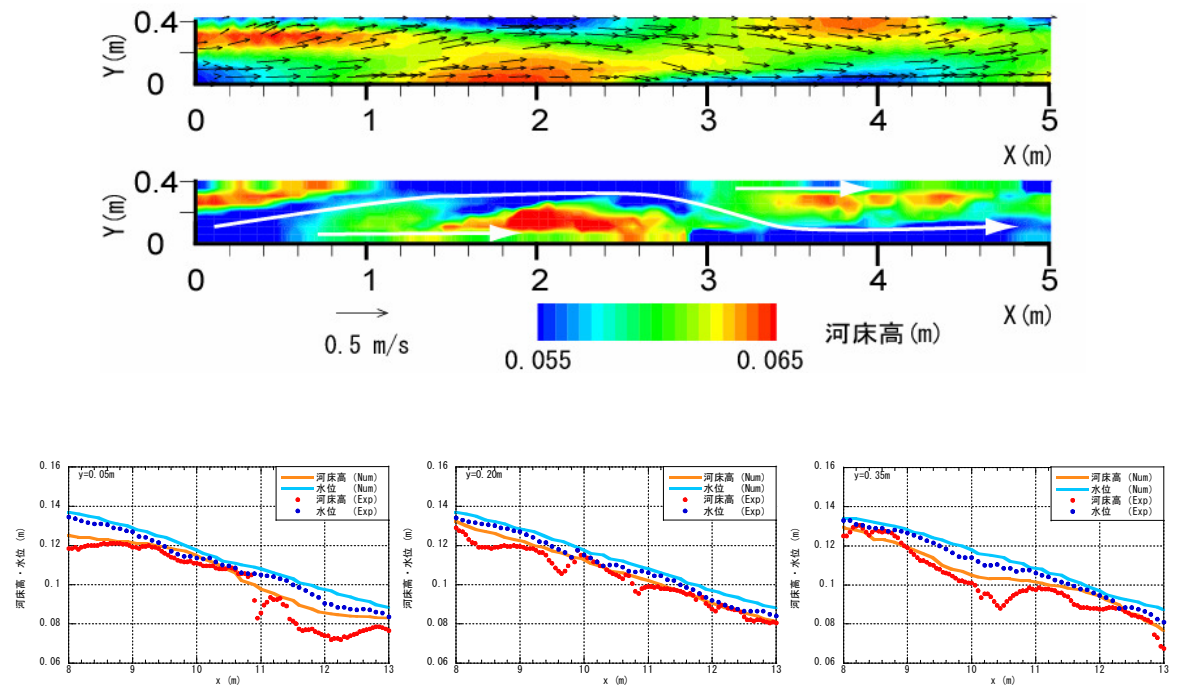
図-3 蛇行流路形成プロセスの解析結果

(2) 解析条件

解析は、砂州が十分に発達するように、実験水路の2倍の長さを持つ仮想的な水路で行った。解析の初期条件については、初期河床には粒径を上限とした擾乱を与えた。また流れについては、微小な水深と流速0を与えた。上流端の流れの境界条件については単位幅流量、下流端については堰が設けてあるので限界水深を与えた。単位幅流量については、 $\pm 5\%$ の擾乱を与えた。河床については、上下流ともに河床高を与え、河床高が変化しないように上、下流での流砂量がそのまま通過するようにした。なお、ドライベッド状態を表す水深の閾値 h_v は平均粒径の2倍とした。



(a) Case1



(b) Case2

図-4 Case1と2の河床コンター図・水位・河床高の縦断変化の解析結果と実験値との比較

(3) 結果と考察

まず、一定流量で流路を形成させたCase1と2について考察する。図-3は、Case1での流路の形成過程の解析結果を示したものである。これより、(1) 砂州が形成され、時間の経過とともに砂州が発達する。(2) 砂州が発達した後、波高が大きくなると砂州が停止し、蛇行あるいは直進しながら砂州による洗掘域へ向かう

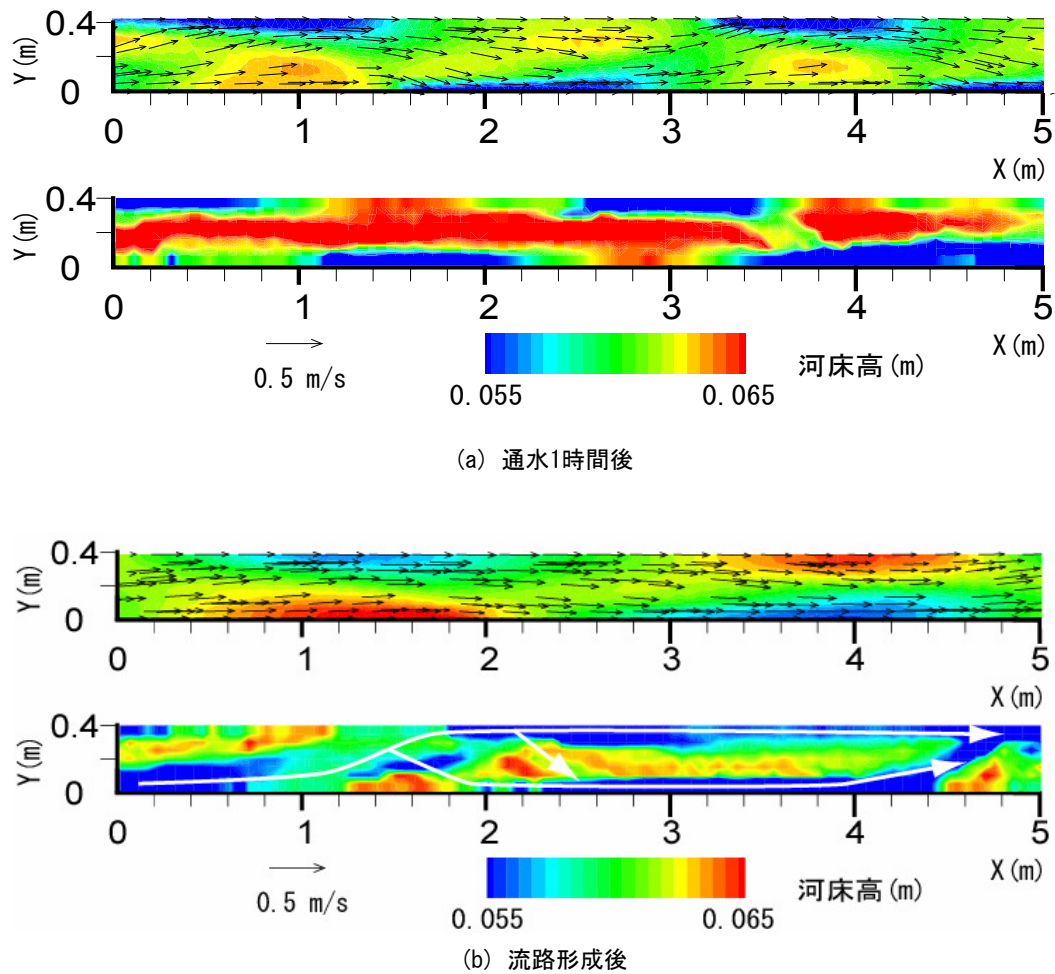


図-5 Case3の通水1時間後および流路形成後の河床コンター図の解析結果と実験値との比較

流れが生じ、(3) これとともに浮州となる砂州が生じつつ場合によっては浮州となった砂州に水が流れこみ砂州が破壊されながら、(4) 蛇行流路が形成されることが確認できる。このようなプロセスは実験からも観測された。このように、本モデルは、蛇行流路の形成プロセスを再現できることがわかる。

図-4は、Case1と2について、流路形成後の河床高コンターと河床と水位の縦断変化について解析結果と実験値との比較を行ったものである。実験中の河床コンターに記されている矢印は、観測された主流の向きを表している。これらより、Case1では、両岸に土砂が堆積し、それによって流路が形成される様子、Case2では、実験結果では $x=3\sim 5\text{m}$ で、解析結果では $x=0\sim 1\text{m}$ 付近で中州が生じる様子など、本モデルは流向および河床のコンターのパターンを概ね再現していることが確認できる。一方、Case1については水路中央の河床高や水面形状は概ね再現しているものの、Case2については河床高を過大に評価しており、そのため水位にも差異が生じている。このような差が生じた理由としては、解析結果では両岸で生じる局所洗掘による洗掘深を過小に評価しており、そのため実験では洗掘によって低下する水位が、解析では低下しなかったことが考えられる。

図-5は、Case3について通水1時間後と流路形成後の河床コンター図について解析結果と実験値との比較を行ったものである。これより、Case3についても先述したように洗掘深を過小に評価するため、砂州の形成を十分な精度で再現することは難しい。そのため、流量を減少させた場合に、水位を適切に評価することができず浮州となる砂州を評価することができない。従って、流路を再現することができない結果となった。

以上から、本モデルでは、一定流量時の流路変動についてはある程度再現できるが、実河川のように、

初期流量によって砂州が形成された後、流量が減少することで形成させる流路については再現できない。この理由について以下で考察する。

まず、本モデルでは、最大洗掘深を予測することができない。これは、本モデルは平衡流砂量を用いたモデルであり、流砂の非平衡性を考慮できないために、このような結果になったと考えられる。一定流量のCase1, 2については、最大洗掘深は再現できないが、最終的には平均的な河床形状は再現できるため最終的な流路変動についてもある程度再現できる。一方、流量を変化させたCase3では初期流量で形成された砂州の形状の履歴を受けた上で流路が形成されるので、局所洗掘が再現できなければ、流量を減少させた時に浮州となる砂州を再現できず、流路変動を予測することができない。Case3では初期流量で砂州を形成し、その後、瞬間的に流量を変化させているので、その影響が大きく現れたと考えられる。現実には、流量が急減に減少することは考えにくい、先鋭的な洪水ハイドログラフを有する河道では非定常性が強い流れが生じるので、このような状況が生じ、現実とは異なる流路を予測する可能性が高い。従って、流路変動を予測するためには、①流砂の非平衡性や②河床変動の履歴を考慮できるモデルが不可欠と考えられる。

4. おわりに

本研究では、ドライ・ウェット状態の河床の取り扱いを組み込んだ平面2次元河床変動モデル¹⁾を、高次精度化したモデルを、一様粒径で構成される河道での単列砂州からの蛇行流路の形成に関する実験結果に適用することで検証を行った。その結果、同モデルは一様粒径で構成される河道での単列砂州からの蛇行流路の形成を再現できるが定量性について課題が残ることがわかった。また、流路変動を予測する上で、河床変動の履歴や非平衡性を適切に取り扱うことが可能なモデルが必要であり、そのようなモデルでなければ流路変動は現実とは大きく異なることがわかった。この点については、河床変動の基礎方程式の見直しやモデルの改善も含めて、今後検討していきたいと考えている。また、混合粒径砂礫床を取り扱えるように、モデルを改善したいと考えている。

参考文献

- 1) 重枝未玲, 秋山壽一郎, 小牧貴大, 才木康裕: 水工学論文集, 第51巻, pp.949-954, 2007.
- 2) Parker, G.: Selective sorting and abrasion of river gravel. I: Theory, *Journal of Hydraulic Engineering*, Vol.117, No.2, pp.131-149, 1991.
- 3) 福岡捷二: 洪水の水理と河道の設計法-治水と環境の調和した川づくり, 森北出版社, 2005.
- 4) 芦田和男, 道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, No.206, pp.59-69, 1972.
- 5) Duan, J. G. and Julien P. Y.: Numerical simulation of the inception of channel meandering, *Earth Surface Processes and Landforms*, Vol.30, pp.1093-1110, 2005.
- 6) 岩垣雄一: 限界掃流力に関する流体力学的研究, 土木学会論文集, pp.1-21, 1958.
- 7) Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, *Journal of Hydraulic Division*, ASCE, Vol.100, No.HY11, pp.1631-1648, 1974.
- 8) van Leer, B.: Toward the ultimate conservative difference scheme. 4, A new approach to numerical convection, *Journal of Computational Physics*, Vol.23, pp.101-136, 1979.
- 9) 重枝未玲, 秋山壽一郎, 重岡広美: 水工学論文集, 第51巻, pp.781-786, 2007.